GLOBAL ÁLGEBRA Y FUNCIONES

1.- Halla los dominios de las siguientes funciones:

a) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x-3}{x+1}}$

b) $g(x)=\dfrac{2x}{x^3-7x+6}$

c) $h(x)=2^{x^2+1}$

2.- Dadas las funciones $f(x)=\dfrac{2x}{x+1}$ y $g(x)=x^2$ halla:

a) $f\circ g$ b) $g\circ f$ c) f^{-1}

3.- Resolver la ecuación $x-\sqrt{3x-2}=0$

4.- Resolver analítica y gráficamente el sistema: $\left.\begin{array}{l} x-y=1 \\ x^2+y=5 \end{array}\right\}$

5.- Representa gráficamente la función $f(x)=\begin{cases} 2 & \text{si } x<-2 \\ x-1 & \text{si } -2<x<3 \\ 6-2x & \text{si } x\geq 3 \end{cases}$

SOLUCIONES

1) a) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x-3}{x+1}} \Rightarrow \dfrac{x-3}{x+1} \geq 0$

	$(-\infty,-1)$	$(-1,3)$	$(3,+\infty)$
$x-3$	-	-	+
$x+1$	-	+	+
$\dfrac{x-3}{x+1}$	+	-	+

Tengamos en cuenta que 1 anula el denominador

De donde, tenemos que:

$$\text{Dom}(f)=(-\infty,-1)\cup[3,+\infty)$$

b) $g(x)=\dfrac{2x}{x^3-7x+6}$ como es una función racional, tendremos que ver dónde se anula el denominador: $x^3-7x+6=0$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 0 & -7 & 6 \\ 1 & & 1 & 1 & -6 \\ \hline & 1 & 1 & -6 & 0 \end{array}$$

Y resolviendo la ecuación $x^2+x-6=0$

Tenemos que las raíces del denominador son:

1, 2 y –3

De donde, tenemos que $\text{Dom}(g)=\Re-\{1,2,-3\}$

c) $h(x)=2^{x^2+1}$ es una función exponencial, cuyo dominio es R, y en el exponente hay un polinomio, cuyo dominio es también R, luego Dom(h)=R

2) a) $(f\circ g)(x)=f[g(x)]=f\left[x^2\right]=\dfrac{2x^2}{x^2+1}$

b) $(g\circ f)(x)=g[f(x)]=g\left[\dfrac{2x}{x+1}\right]=\left(\dfrac{2x}{x+1}\right)^2=\dfrac{4x^2}{x^2+2x+1}$

c) $y=\dfrac{2x}{x+1}\Rightarrow$ cambiando x e y: $x=\dfrac{2y}{y+1}$ y ahora despejamos y: $xy+x=2y$

$x=2y-xy\Rightarrow x=y(2-x)\Rightarrow y=\dfrac{x}{2-x}$ de donde $f^{-1}(x)=\dfrac{x}{2-x}$

3) $x-\sqrt{3x-2}=0\Rightarrow x=\sqrt{3x-2}\Rightarrow x^2=3x-2\Rightarrow x^2-3x+2=0$

$x=\dfrac{3\pm\sqrt{9-8}}{2}=\left\langle\begin{matrix}2\\1\end{matrix}\right.$ y ahora comprobamos: $\begin{matrix}2-\sqrt{3\cdot 2-2}=2-\sqrt{4}=2-2=0\\ 1-\sqrt{3\cdot 1-2}=1-\sqrt{1}=1-1=0\end{matrix}$

las dos soluciones son válidas **1 y 2**

4) $\left.\begin{matrix}x-y=1\\ x^2+y=5\end{matrix}\right\}$ Lo resolvemos primero analíticamente, por sustitución:

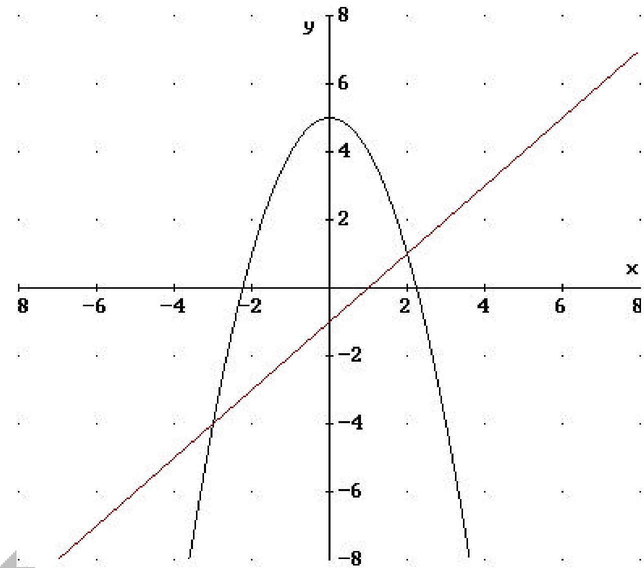
$y=x-1\Rightarrow x^2+x-1=5\Rightarrow x^2+x-6=0\Rightarrow x=\left\langle\begin{matrix}2\\-3\end{matrix}\right.$

para $\begin{matrix}x=2\Rightarrow y=2-1=1\\ x=-3\Rightarrow y=-3-1=-4\end{matrix}$ la recta y la parábola se cortan en dos puntos:

(2, 1) y (-3, -4)

Gráficamente: $y = x - 1$ es una recta, que dibujamos dándole un par de valores.

$y = -x^2 + 5$ es una parábola con vértice en (0,5), que mira hacia abajo y corta al eje OX en los puntos $\sqrt{5}$ y $-\sqrt{5}$, con lo que gráficamente, tendremos:



se cortan en los dos puntos (2, 1) y (-3, -4)

5) $f(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x < -2 \\ x - 1 & \text{si } -2 < x < 3 \\ 6 - 2x & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$